

Protokoll zum FP-Versuch E111
Jamininterferometer

Michael Nirschl, Moritz Ringle

6./7. Dezember 1999

Inhaltsverzeichnis

1 Thema	3
2 Theorie	3
2.1 Dispersion in Gasen	3
2.2 Temperatur- und Druckkorrektur	5
3 Versuchsaufbau	5
4 Versuchsdurchführung	6
5 Ergebnisse und Fehler	7
5.1 Messwerte	7
5.2 Fehlerbetrachtung und Geradenfit	7
5.3 Auswertung	9
5.3.1 Resonatorstärke der ersten Argonresonanz	11
5.3.2 Frequenz der ersten Argonresonanz	11
5.3.3 Statische Dielektrizitätszahl des Argon	12
6 Diskussion	12

1 Thema

In diesem Versuch wird die Abhängigkeit des Brechungsindex von Argon von der Frequenz des eingestrahlten sichtbaren Lichts untersucht. Als Refraktometer wird ein Interferometer nach Jamin benutzt.

2 Theorie

2.1 Dispersion in Gasen

Zunächst wird die Dispersion, also die Frequenzabhängigkeit des Brechungsindex im Medium, klassisch berechnet und zwar unter folgenden Annahmen:

1. Mit Argon betrachten wir einen einatomigen und daher ohne äußeres Feld nicht polarisierten Stoff. In einem elektrischen Feld werden die Ladungen in Gestalt der Kerne und Elektronen gegeneinander verschoben. Dadurch wird in jedem Atom ein Dipolmoment

$$\mathbf{p} = -e\mathbf{r} \quad (2.1)$$

erzeugt. Wegen der im Vergleich zu derjenigen des Elektrons sehr hohen Masse des Kerns, kann die Bewegung des Kerns vernachlässigt werden.

2. Für die Polarisation \mathbf{P} eines makroskopischen Körpers K aus diesem Stoff mit Volumen V gilt

$$\mathbf{P} = \frac{1}{V} \sum_K \mathbf{p} = N\mathbf{p} \quad (2.2)$$

wobei N die Teilchendichte des Körpers bezeichnet.

3. Die magnetische Permeabilität des Körpers ist

$$\mu \approx 1 \quad (2.3)$$

4. Das effektive elektrische Feld im Körper wird beschrieben durch

$$\mathbf{E}_K = \mathbf{E} + \frac{4\pi}{3}\mathbf{P} \quad (2.4)$$

5. Die äußere Kraft auf die Teilchen ist die Lorentzkraft

$$\mathbf{F} = -e \left(\mathbf{E}_K + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}_K \right) \quad (2.5)$$

Da für harmonische Wellen gilt

$$|\mathbf{B}| = |\mathbf{E}| \quad (2.6)$$

kann mit (2.3) und unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die Geschwindigkeiten der beteiligten Teilchen alle klein gegen c sind, der \mathbf{B} -Term in (2.5) vernachlässigt werden

$$\mathbf{F} = -e\mathbf{E}_K = -e\mathbf{E}_K(0) \exp(-i\omega t) \quad (2.7)$$

6. Die Bindung der Elektronen wird wie folgt berücksichtigt. Im Zustand ohne äußeres Feld befindet sich das System in einem Potentialminimum ($\mathbf{r}=0$). In erster nichtverschwindender Näherung wird das Potential um dieses Minimum beschrieben durch

$$V = V(0) + m\omega_0^2 |\mathbf{r}|^2 \quad (2.8)$$

Als Gradient dieses Bindungspotentials ergibt sich also

$$\mathbf{F}_V(\mathbf{r}) = -m\omega_0^2 \mathbf{r} \quad (2.9)$$

Mit diesen Voraussetzungen betrachten wir nun zunächst ein Ein-Elektronen-System. Aus (2.7) und (2.9) folgt dann, dass das System unter dem Einfluss einer harmonischen Welle durch folgende Differentialgleichung beschrieben wird

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -e\mathbf{E}_K(0) \exp(-i\omega t) - m\omega_0^2 \mathbf{r} - g\dot{\mathbf{r}} \quad (2.10)$$

wobei zur Berücksichtigung der Absorption noch der Dämpfungsterm $-g\dot{\mathbf{r}}$ eingeführt wurde. Mit dem Lösungsansatz

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(0) \exp(-i\omega t) \quad (2.11)$$

ergibt sich

$$\mathbf{r} = \frac{-e\mathbf{E}_K}{m(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega g} \quad (2.12)$$

weshalb die Frequenz ω_0 Resonanz- oder Absorptionsfrequenz genannt wird. Mit (2.1) und (2.2) erhält man daraus

$$\mathbf{P} = N \frac{e^2 \mathbf{E}_K}{m(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega g} \quad (2.13)$$

Aus (2.4) und

$$\mathbf{P} = \eta \mathbf{E} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{P} = N\alpha \mathbf{E}_K \quad (2.15)$$

$$\epsilon = 1 + 4\pi\eta \quad (2.16)$$

erhält man die Gleichung

$$\alpha = \frac{3}{4\pi N} \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \quad (2.17)$$

und daraus über die (2.3) berücksichtigende Maxwellrelation für den Brechungsindex

$$n = \sqrt{\epsilon\mu} \approx \sqrt{\epsilon} \quad (2.18)$$

den Zusammenhang

$$\alpha = \frac{3}{4\pi N} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \quad (2.19)$$

Mit (2.15) und (2.13) gilt dann

$$\frac{4\pi}{3} \frac{Ne^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega g} = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \quad (2.20)$$

Berücksichtigt man nun noch die Tatsache, dass es sich um ein Mehrelektronensystem handelt, verallgemeinert sich Formel (2.20) zu

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi}{3} N e^2 \sum_k \frac{f_k}{m(\omega_k^2 - \omega^2) - i\omega g} \quad (2.21)$$

Die sogenannte Resonatorstärke f_k wird in erster Linie durch die Anzahl der für den Resonanzübergang bei der Frequenz ω_k zur Verfügung stehenden Elektronen bestimmt. Für Gase mit $n \approx 1$ wird nun ferner $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ durch $2(n-1)/3$ genähert. Da beim untersuchten Stoff Argon die Absorptionsfrequenzen weit außerhalb des untersuchten Frequenzbereichs liegen, kann überdies der Absorptionsterm $i\omega g$ ohne großen Fehler unterdrückt und auch der Einfluß der höheren Resonanzen mit $k > 0$ vernachlässigt werden, so daß man schließlich mit $\omega = 2\pi\nu$

$$n - 1 = \frac{1}{2\pi} \frac{N e^2}{m} \frac{f_0}{\nu_0^2 - \nu^2} \quad (2.22)$$

im CGS-System oder

$$n - 1 = \frac{1}{8\pi^2 \epsilon_0} \frac{N e^2}{m} \frac{f_0}{\nu_0^2 - \nu^2} \quad (2.23)$$

im SI-System erhält. Misst man nun wie im vorliegenden Versuch $n - 1$ in Abhängigkeit von ν^2 so erhält man aus dem Geradenfit

$$\begin{aligned} (n - 1)^{-1} &= \alpha \nu^2 + \beta \\ \alpha &= -\frac{8\pi^2 \epsilon_0 m}{N e^2 f_0} \\ \beta &= -\alpha \nu_0^2 \end{aligned} \quad (2.24)$$

Resonanzfrequenz und Resonatorstärke.

2.2 Temperatur- und Druckkorrektur

Der Brechungsindex hängt über die Teilchendichte N von Druck und Temperatur ab, die während der Messung nicht ohne weiteres als konstant angesehen werden können. Unter der Näherung, dass es sich bei Argon um ein ideales Gas handelt, gilt $pV = n_{abs} kT$ oder $N \propto pT^{-1}$. Daher kann $N(T, p)$ und damit $(n - 1)(T, p)$ durch Multiplikation mit dem Faktor $\frac{p_0 T_0^{-1}}{p T^{-1}}$ auf Normalbedingungen umgerechnet werden. Die so erhaltenen Messwerte sind dann vergleichbar.

3 Versuchsaufbau

Die Messung des Brechungsindex erfolgt mit einem Jamininterferometer, wie es in Abbildung 2 der Versuchsanweisung dargestellt ist. Das Licht einer Bogenlampe (Hg, später Cd) wird durch einen Spalt geschickt, der dann als kohärente Lichtquelle dient. Mittels eines Pellin-Broca-Prismas und einer nachfolgenden Blende wird eine der Linien aus dem Linienspektrum der Bogenlampe selektiert. In einer Linse wird das Licht des Blendenspaltes kollimiert, so dass es annähernd parallel auf den nun unter einem Winkel von $\alpha \approx 49^\circ$ zur optischen Achse angebrachten ersten Planspiegel trifft. Durch Mehrfachreflexion an dessen Vorder- und Rückseite wird der Lichtstrahl in mehrere parallele gegeneinander versetzte Strahlen aufgespalten (Amplitudenstrahlteiler), beobachtet werden von diesen Strahlen die Reflexion an der Vorderseite (S1, ca. 5% Intensität) die erste Reflexion an der Rückwand (S2, 90%) und die erste Doppelreflexion (5%). Von diesen drei Strahlen werden durch eine

Blende die ersten beiden ausgewählt und je durch eine von zwei exakt gleichlangen parallel in den Strahlengang gesetzten Messkammern der Länge l geführt. Hinter diesen befindet sich parallel zum ersten Planspiegel ein weiterer identischer Bauart, der mit einer Justierschraube leicht gegen den ersten geneigt werden kann. An diesem zweiten Planspiegel werden nun die beiden Strahlen in gleicher Weise mehrfachreflektiert wie am ersten Spiegel der Primärstrahl. Aufgrund des parallelen Aufbaus der beiden Spiegel überlagern sich beim Austritt aus dem zweiten Spiegel die Vorderseitenreflexion von S2 und die erste Rückseitenreflexion von S1 mit gleicher Intensität (ca. 5% der Ausgangsintensität). Die anderen Strahlen werden ausgeblendet. Der überlagerte Strahl wird mit einem Fernrohr beobachtet. Durch leichte Verkippung des zweiten Planspiegels um einen Winkel δ in der Vertikalen wird die Länge des optischen Weges (OPL) der beiden Strahlen leicht unterschiedlich, es ergibt sich für Spiegel der Dicke a eine OPL-Differenz

$$\Delta\text{OPL} = \frac{\sin(2\alpha)}{\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}} \delta \quad (3.1)$$

Durch zusätzliche geringe Neigung in der Horizontalen werden im Fernrohr horizontale Interferenzstreifen (Interferenzen gleicher Neigung) sichtbar (Abb. 1), benachbarte Interferenzstreifen kennzeichnen einen Gangunterschied von einer Wellenlänge λ .

4 Versuchsdurchführung

Zunächst wird der optische Aufbau mit der intensiven grünen Linie des Hg-Spektrums wie oben angegeben justiert. Die Linse wird so positioniert, daß die Strahlen ungefähr in der Mitte der Messkammern fokussiert werden, damit der dortige Strahlquerschnitt minimiert und Reflexionen in den Messkammern vermieden werden. Später wird sie allerdings jeweils so umgesetzt, dass das Interferenzmuster maximale Schärfe gewinnt.

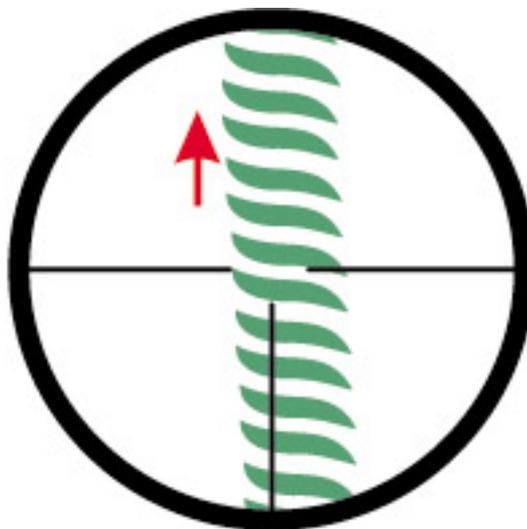


Abbildung 1: Im Fernrohr beobachtetes Interferenzmuster

Dann werden mit Hilfe des in Abbildung 2 der Versuchsanweisung dargestellten Gassystems beide Kammern bei offenem Ausgang mit Argon geflutet. Nach einigen Minuten sind die Kammern mit relativ reinem Argon bei Atmosphärendruck gefüllt. Die Gaszufuhr wird abgestellt, Ausgang und Verbindung der Messkammern werden geschlossen. Eine Messkammer wird mit einer Vakuumpumpe über ein Dosierventil schrittweise evakuiert (bis ca.

0,5 mbar). Dadurch sinkt der Brechungsindex in dieser Kammer stetig auf den Vakuumwert 1. Die daraus resultierende Veränderung der optischen Weglänge $n(p) \cdot l$ bewirkt eine horizontale Wanderung der Interferenzstreifen. Die am Fadenkreuz im Fernrohr vorbeiziehenden Interferenzstreifen (Abb. 1) werden gezählt, bis das Interferenzbild schließlich bei Erreichen eines hinreichenden Unterdrucks stehen bleibt. Die Zahl z der vorbeigezogenen Interferenzstreifen ist dann genau der Unterschied der OPL in Argon und im Vakuum in Einheiten der Wellenlänge, so dass also

$$(n - 1)l = z\lambda \quad (4.1)$$

$$n - 1 = \frac{z\lambda}{l} \quad (4.2)$$

Zusätzlich werden Atmosphärendruck und Raumtemperatur gemessen. Das beschriebene Verfahren wird für sechs Linien aus den beiden Spektren je zweimal durchgeführt. Da die gelbe Doppellinie aus dem Hg-Spektrum mit bloßem Auge nicht aufgelöst werden kann, wird hier mit der Blende der kurzwellige Rand der Doppellinie (näher zum Blauen hin) zur Messung ausgewählt.

5 Ergebnisse und Fehler

5.1 Messwerte

Es wurden die Messwerte in Tabelle 1 aufgenommen. Bei der Berechnung von $n-1$ wird die gemessene Kammerlänge $l = (367 \pm 0,5)$ mm benutzt. Bei der Berechnung des Korrekturfaktors fließt $T_0 = 273,15$ K und $p_0 = 1013,25$ mbar ein.

λ/nm	ν/THz	z	Δz	p/mbar	$T/^\circ\text{C}$	Korrektur	$n - 1$	$(n - 1)_{\text{korrr}}$
546,07	549,00	180	3	1012	19,46	1,0726	2,68E-04	2,87E-04
		178	3	1011	19,52	1,0738	2,65E-04	2,84E-04
576,96	519,61	163	4	1011	19,60	1,0741	2,56E-04	2,75E-04
		167	4	1004	18,42	1,0773	2,63E-04	2,83E-04
435,83	687,87	197	10	1003,5	18,94	1,0797	2,34E-04	2,53E-04
		222	6	1003,5	19,20	1,0807	2,64E-04	2,85E-04
		191	10	1003,2	19,40	1,0818	2,27E-04	2,45E-04
508,58	589,47	221	6	1003	19,60	1,0827	2,62E-04	2,84E-04
		190	4	1003	19,86	1,0837	2,63E-04	2,85E-04
		190	4	1002,9	19,89	1,0839	2,63E-04	2,85E-04
479,99	624,58	195	6	1002,8	19,95	1,0842	2,55E-04	2,77E-04
		200	4	1002,8	19,99	1,0844	2,62E-04	2,84E-04
467,88	640,75	205	8	1002,8	20,05	1,0846	2,61E-04	2,83E-04
		201	8	1002,8	20,12	1,0848	2,56E-04	2,78E-04
643,85	465,62	145	4	1002,5	20,18	1,0854	2,54E-04	2,76E-04

Tabelle 1: Messwerte

5.2 Fehlerbetrachtung und Geradenfit

In die Messung fließen eine ganze Reihe von Fehlern ein, von denen aber, wie im folgenden gezeigt wird, der Fehler bei der Messung von z bei weitem dominiert. Dieser Fehler rührt hauptsächlich aus der

- Schwierigkeit der Messung: Der Messende muss über mehrere Minuten mit einem Auge die Bewegung einer lichtschwachen Beugungsfigur verfolgen und dabei das andere Auge zukneifen oder abdecken. Außerdem muss er den Kopf sehr still halten,

da er sonst das Beugungsbild im Fernrohr aus dem Blick verliert. Zusätzlich wird die Beobachtung des Beugungsbildes durch Reflexionsbilder des Auges und der Wimpern erschwert, die selbst bei abgeschaltetem Raumlicht nicht verschwinden. Dieser Fehler wurden auf Grundlage der Geschwindigkeit der sich bewegenden Beugungsstreifen, ihrer Intensität und der Sicherheit des Messenden, korrekt gezählt zu haben, bei jeder Messung einzeln quantifiziert (2-9).

- Die implizite Rundung auf ganzzahlige z verursacht einen zusätzlichen Fehler von ca. 1-2 Streifen.

Da es sich hier um statistische Fehler handelt, könnten sie durch eine größere Anzahl an Messungen minimiert werden; dazu fehlte aber leider die Zeit.

Systematische Fehler, die die Messung der Zahl z beeinflussen, sind damit verglichen relativ klein:

- nichtvollständige Evakuierung der Messkammer: kleiner als ein Streifen, da sich am Ende der Evakuierung im Bereich etwa zwischen 5 und 0,5 mbar das Beugungsbild schon nicht mehr bewegt.
- Unreinheit des Argongases: der Einfluss dieses Faktors ist nur schwer abzuschätzen, allerdings dürfte die Argonströmung von etwa 5 l/min den Rückfluss durch Diffusion bei weitem übertreffen, insbesondere wenn man berücksichtigt, dass die Austrittsöffnung nur einen kleinen Radius (im mm-Bereich) hat. Aus letzterem Grund ist wohl auch der Rückfluß von Luft nach Abstellen des Gaszufflusses und vor Schließen der Austrittsöffnung eher klein. Der Fehler dürfte daher deutlich unter einem Prozent liegen.

Insgesamt ergeben sich damit für Δz die in Tab. 1 gegebenen Werte.

In die Bestimmung der optischen Weglänge fließt auch der Fehler der Wellenlänge ein. Dass die Wellenlänge auf zwei Nachkommastellen angegeben wird, berechtigt zu dem Schluss, dass hier nur ein Fehler in der Größenordnung von Promille vorliegt, der ohne weiteres vernachlässigt werden kann. Daher können auch die x -Werte im Fit als fehlerfrei angesehen werden. Die nichtverschwindende Linienbreite verfälscht die Messung nicht: während der Messung bleiben die Interferenzstreifen stets deutlich getrennt, so dass also das Messergebnis für alle Frequenzen innerhalb dieser Linienbreite gleich ausfallen würde, wenn man sie einzeln selektieren könnte.

Schließlich geht noch der Fehler der Längemessung in die Bestimmung von $n - 1$ ein. Als Fehlerformel (Methode der kleinsten Quadrate) für $(n - 1)^{-1}$ ergibt sich mit (4.2):

$$\begin{aligned} \Delta((n - 1)^{-1}) &= \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial z}(n - 1)^{-1}\Delta z\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial l}(n - 1)^{-1}\Delta l\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{l}{z^2\lambda}\Delta z\right)^2 + \left(\frac{1}{z\lambda}\Delta l\right)^2} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Schließlich ist auch die Temperatur- und Druckkorrektur noch fehlerbehaftet. Die Temperaturfehler liegen bei etwa 0,2 K, bedingt zu einem kleinen Teil durch den Ablesefehler (etwa 0,05 K) und den Eichfehler des Thermometers (0,05 K), zu einem Großteil jedoch durch die körperwärmebedingte Erwärmung der Raumluft während einer Messung (0,1 K). Bei Absolutwerten um 300 K ist das ein Fehler im Promillebereich. Der Druckfehler liegt bei ca. 2-3 mbar, davon 1 mbar Ablesefehler und 2 mbar Eichfehler. Auch dieser Einfluss also im Promillebereich. Der Fehler durch die Annahme eines idealen Gases ist bei Raumtemperatur sehr gering. Die Güte dieser Näherung kann qualitativ durch die Temperaturdifferenz zum Siedepunkt abgeschätzt werden. Dieser liegt bei Argon bei 87,45 K [2], also sehr weit vom beobachteten Temperaturbereich entfernt.

Berücksichtigt man nun zusätzlich noch die Tatsache, dass der Gesamteinfluss des Korrekturfaktors auf den Messwert für $n - 1$ unter 9% liegt, so wird klar, dass man den Fehler des Korrekturfaktors gegenüber den um eine Größenordnung größeren Fehlern aus der Bestimmung von z vernachlässigen kann.

ν/THz	$\nu^2/(\text{THz})^2$	$(n - 1)_{\text{korrr}}$	$(n - 1)_{\text{korrr}}^{-1}$	$\Delta(n - 1)^{-1}$
549,00	301401	2,873E-04	3481,1	62,3
	301401	2,844E-04	3516,1	63,7
519,61	269992	2,753E-04	3633,1	95,8
	269992	2,828E-04	3535,7	91,3
687,87	473159	2,526E-04	3958,8	217,0
	473159	2,849E-04	3509,9	102,5
	473159	2,454E-04	4075,6	230,8
	473159	2,842E-04	3519,2	103,5
589,47	347475	2,853E-04	3504,7	80,0
	347475	2,854E-04	3504,0	80,0
624,58	390101	2,765E-04	3616,4	120,7
	390101	2,836E-04	3525,6	76,5
640,75	410556	2,835E-04	3527,9	149,3
	410556	2,780E-04	3597,2	155,3
465,62	216806	2,761E-04	3621,8	108,5

Tabelle 2: Ausgangsdaten für den Fit nach (2.24)

Aus den Messwerten in Tab. 1 und aus (5.1) erhält man die für den Fit benötigten Daten, zu sehen in Tabelle 2. Mit diesen Daten wird direkt ein fehlergewichteter Geradenfit durchgeführt. Eine vorherige Mittelung für gleiche x-Werte ist nicht sinnvoll. Dadurch entstehen erstens zusätzliche Rundungsfehler, zweitens erhält man nur bei Verwendung der ungemittelten Daten die korrekten Werte für Steigungs- und Achsenabschnittsfehler und für die Güte des Fits. Die vorherige Mittelung führt zu einer Unterschätzung dieser Fehler.

Die Ausgabe des Datenanalyse-Programms findet sich in oberen Teil von Tabelle 3, der Plot der Daten und des Fits in Abbildung 2. Die vorhandenen Daten sind also nicht geeignet, den theoretisch hergeleiteten Zusammenhang zu bestätigen, da die lineare Korrelation R von $(n - 1)^{-1}$ und ν^2 nur 13,1 % beträgt. Die Wahrscheinlichkeit, dass R gleich 0 ist, beträgt immerhin 64,2 %.

Nimmt man jedoch den hergeleiteten Zusammenhang als *a priori* gegeben an, können die Standardabweichung der Messdaten und die Fehler von Steigung und Achsenabschnitt verkleinert werden, wenn bei einem weiteren Fit die beiden offensichtlichen Ausreißer der indigoblauen Hg-Linie nicht berücksichtigt werden. Damit ergeben sich die Fitparameter wie im unteren Teil von Tabelle 3, der Plot ist in Abbildung 2 dargestellt. Man erhält also:

$$\begin{array}{lll} \text{Steigung } \alpha & -1,56 \cdot 10^{-28} \text{ s}^2 & \pm 2,00 \cdot 10^{-28} \text{ s}^2 \\ \text{Abschnitt } \beta & 3583,3 & \pm 69,2 \end{array}$$

5.3 Auswertung

Aus den aus dem Geradenfit erhaltenen Parametern können nun mit Hilfe von (2.24) die gesuchten Größen f_0 , ν_0 , und ϵ_r berechnet werden. Die Fehler werden nach

$$\Delta f(\alpha, \beta) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \alpha}(\alpha, \beta) \cdot \Delta \alpha\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \beta}(\alpha, \beta) \cdot \Delta \beta\right)^2} \quad (5.2)$$

berechnet.

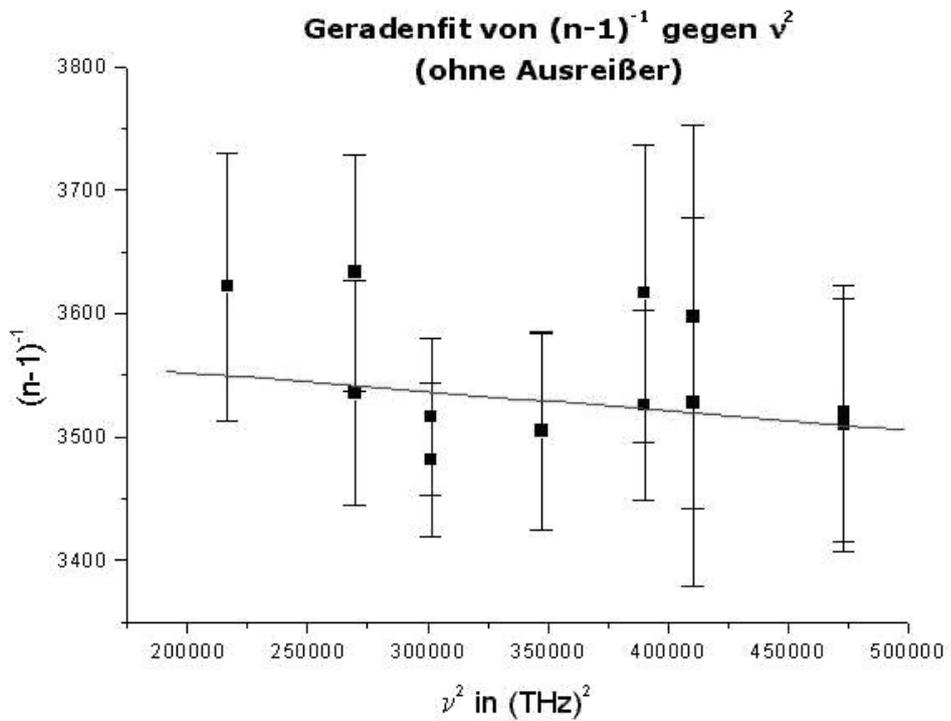
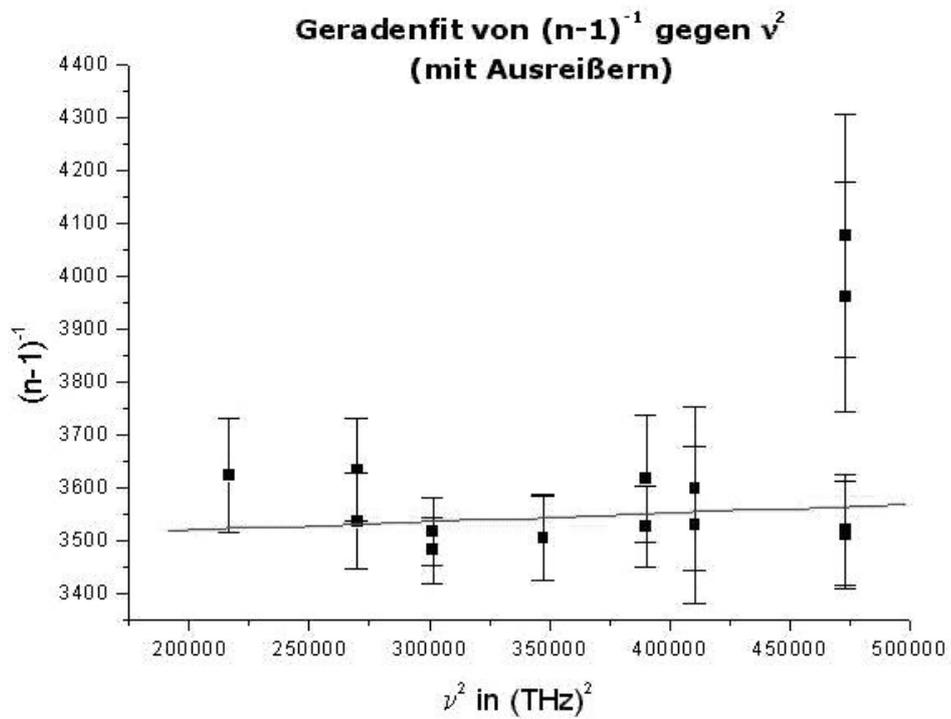


Abbildung 2: Geradenfit mit Ausreißern und ohne dieselben

mit Ausreißern			
Linear Regression $(n - 1)^{-1} = \alpha\nu^2 + \beta$ Weight given by error bars.			
Param.	Value	Error	
β	3486,1	119,6	
α	1,63E-4	3,42E-4	
R	SD	N	P
0,13086	0,982	15	0,64204

ohne Ausreißer			
Linear Regression: $(n - 1)^{-1} = \alpha\nu^2 + \beta$ Weight given by error bars.			
Param.	Value	Error	
β	3583,3	69,2	
α	-1,56E-4	2,00E-4	
R	SD	N	P
-0,228671	0,5491	13	0,45239

Tabelle 3: Output der Geradenfits

5.3.1 Resonatorstärke der ersten Argonresonanz

Die Resonatorstärke berechnet sich nach (2.24) aus der Geradensteigung α durch

$$\begin{aligned}
 f_0 &= -\frac{8\pi^2\epsilon_0 m}{N_0 e^2 \alpha} \\
 &=: -c\alpha^{-1}
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

$$\Delta f_0 = |c\alpha^{-2} \cdot \Delta\alpha|$$

Daraus ergibt sich unter Verwendung von

$$N_0 = p_0/(kT_0) = 2,6873 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3} \tag{5.4}$$

die Resonatorstärke zu $f_0 = 5,92 \pm 7,59$. Der Fehler ist aufgrund des großen Fehlers im Fit recht groß. Der Wert von f_0 stimmt halbwegs mit dem Literaturwert von 4,62 [1] überein; ein wesentlich besseres Ergebnis ist aufgrund der Tatsache, dass man weit entfernt von der Resonanz misst, nicht zu erwarten.

5.3.2 Frequenz der ersten Argonresonanz

Nach (2.24) gilt für die Resonanzfrequenz ν_0

$$\nu_0 = \sqrt{-\frac{\beta}{\alpha}} \tag{5.5}$$

und damit

$$\Delta\nu_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\beta}{|\alpha|^3} (\Delta\alpha)^2 + \frac{1}{\beta|\alpha|} (\Delta\beta)^2} \quad (5.6)$$

Daraus erhält man die Resonanzfrequenz $\nu_0 = 4790 \text{ THz} \pm 3070 \text{ THz}$, ebenfalls relativ gut im Einklang mit dem Literaturwert von 4230 THz aus [1].

5.3.3 Statische Dielektrizitätszahl des Argon

Die statische Dielektrizitätszahl für Argon erhält man aus dem Grenzübergang $\nu \rightarrow 0$ von (2.24) mit der Maxwellrelation (2.18)

$$\epsilon_r = (\beta^{-1} + 1)^2 \quad (5.7)$$

und

$$\Delta\epsilon_r = 2 \frac{1 + \beta}{\beta^3} \Delta\beta \quad (5.8)$$

Durch Einsetzen folgt $\epsilon_r = 1 + 5,58 \cdot 10^{-4}$ und ein Fehler $\Delta\epsilon_r = 0,11 \cdot 10^{-4}$. Dieser Wert lässt sich mit einem vertretbaren Fehler aus den gemessenen Daten berechnen, weil er nur vom relativ sicher bekannten Achsenabschnitt und nicht von der Steigung abhängt; oder in anderen Worten: was man misst, ist nahezu die statische Elektrizitätskonstante. Denn $\sqrt{\epsilon_r} - 1$ ist $2,79 \cdot 10^{-4}$; wie man sieht liegt dieser Wert sehr nahe bei den gemessenen Werten für $n - 1$. Der Literaturwert für ϵ_r von Argon lautet $1 + 5,54 \cdot 10^{-4}$, hier weicht die Messung also auch nur wenig von dem bekannten Wert ab (ungefähr 1% für die $(\epsilon - 1)$ -Werte).

6 Diskussion

Die gemessenen Daten sind aufgrund ihrer geringen Anzahl und der Schwierigkeit, eine hinreichend genaue Messung durchzuführen, nicht geeignet, die theoretisch hergeleitete Dispersionsrelation zu verifizieren. Nimmt man diese allerdings als gegeben an, erhält man aus der Messung einigermaßen befriedigende Werte für die charakteristischen Daten der ersten Argonresonanz ($f_0 = 5,92 \pm 7,59$, $\nu_0 = 4790 \text{ THz} \pm 3070 \text{ THz}$) und einen guten Wert für die statische Dielektrizitätszahl des Argon ($\epsilon_r = 1 + 5,58 \cdot 10^{-4}$, $\Delta\epsilon_r = 0,11 \cdot 10^{-4}$).

Literatur

- [1] FLÜGGE, SIEGFRIED: *Klassische Physik; 2 Das Maxwellsche Feld*, Band 3 der Reihe *Lehrbuch der theoretischen Physik*. Springer, 1961.
- [2] KLEIN, BILL: *BK Periodic Library 1.8*. <http://www.orbit.org/bkprog/>, 1997.